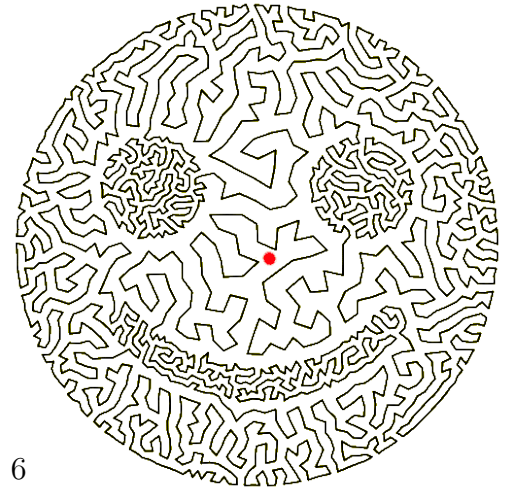


В некоторых задачах найти решение вам поможет шахматная раскраска в два цвета.

Задача 8.1. (2 балла) Можно ли разделить на доминошки 1×2 шахматную доску 8×8 , из которой вырезали левую нижнюю и правую верхнюю угловые клетки?

Задача 8.2. (1 балл) Можно ли домножить число 101001000100001 на другое целое число так, чтобы среди цифр произведения не было нуля?

Задача 8.3. (1 балл) На рисунке вы видите многоугольник (замкнутую несамопересекающуюся ломаную) и точку. Где находится точка — внутри или снаружи многоугольника?



Задача 8.4. Разложите на три равные по весу кучки

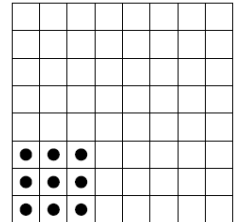
а) (2 балла) 552 гири весом 1 г, 2 г, 3 г, ..., 552 г;

б) (4 балла) 555 гирь весом 1 г, 2 г, 3 г, ..., 555 г.

Задача 8.5. (3 балла) У хозяйки было два клетчатых коврика: 6×6 клеток и 8×8 клеток. Она решила сделать из них один коврик 10×10 клеток.

Помогите ей добиться этого, разрезав каждый коврик не более чем на две части и не повредив ни одной клеточки.

Задача 8.6. На доске 8×8 в левом нижнем углу в виде квадрата 3×3 лежат девять фишек. За ход какая-нибудь одна фишка перепрыгивает через какую-нибудь другую (не обязательно соседнюю) на клетку, симметричную первой фишке относительно второй (если эта клетка свободна). Можно ли после нескольких таких ходов собрать все фишки в виде квадрата 3×3



а) (3 балла) в левом верхнем углу доски;

б) (4 балла) в правом верхнем углу доски?

Задача 8.7. Замок в форме правильного треугольника со сторонами 50 футов разбит прямыми стенками, параллельными сторонам, на треугольные комнаты со сторонами 10 футов. Во всех стенках между комнатами есть двери.

а) (2 балла) Сколько всего комнат?

б) (2 балла) Можно ли обойти 21 комнату, если нельзя выходить наружу и заходить в комнату второй раз?

в) (4 балла) А 22 комнаты?

Задача 8.8. (3 балла) Может ли сумма нескольких подряд идущих целых чисел, начиная с 1, оканчиваться на 7?

Задача 8.9. (2 балла) Можно ли разрезать доску 10×10 на тетраминошки (фигурки из 4 клеток) в виде буквы Т?

Дополнительные задачи

Задача 8.10. а) (4 балла) Из полосок 1×5 ; сложен прямоугольник. Докажите, что одна из его сторон делится на 5.

б) (5 баллов) Из полосок 1×6 ; сложен прямоугольник. Докажите, что одна из его сторон делится на 6.

Задача 8.11. (5 баллов) За день в библиотеке побывало 100 читателей, каждый по разу. Оказалось, что из любых трех по крайней мере двое там встретились. Докажите, что библиотекарь мог сделать важное объявление в такие два момента времени, чтоб все 100 читателей его услышали.

Задача 8.12. (5 баллов) Из чисел 1, 2, ..., 1000 выбрали 501 число. Докажите, что одно из них делится на другое.